

秋季募集（令和6年度実施）

東北大学大学院工学研究科  
量子エネルギー工学専攻入学試験

試験問題冊子

数学B MATHEMATICS B

令和6年8月27日(火) 13:00～14:30

注意

1. 本試験問題冊子は、試験監督の指示があるまで開かないこと。
2. 試験問題冊子、答案用紙および草案用紙が配布されるので、答案用紙および草案用紙に受験記号番号を記入すること。
3. 全ての問題を回答すること。また、答案用紙には選択した問題番号を明記すること。
4. 試験終了後、提出にあたっては受験記号番号の記入を再確認すること。答案用紙を番号順に草案用紙の上に重ねて問題冊子の横に置き、試験監督の回収を待つこと。試験監督の指示があるまでは退席しないこと。

数学 B MATHEMATICS B
--------------------

1. 次の常微分方程式の一般解を求めよ.

(1)  $\frac{dy}{dx} = y(y-1)\cos x$

(2)  $x^2(xy+1)\frac{dy}{dx} + (xy)^2 + xy + 1 = 0$  (ヒント:  $u = xy$ とおく.)

(3)  $\frac{d^2y}{dx^2} - 9\frac{dy}{dx} + 20y = x^2e^{3x}$

# 数学 B MATHEMATICS B

2. 関数  $f(t)$  のラプラス変換を次のように定義する.

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt$$

ただし, ラプラス変換は収束条件を満たしているものとする.  $a$  を正の定数とし, 以下の問いに答えよ.

(1) 次の関数のラプラス変換を求めよ.

a)  $\frac{\sin at}{a}$

b)  $e^{-at} \frac{\sin at}{a}$

(2) 関数  $f(t)$  に関する合成積を  $f * f$  として次のように定義する.

$$f * f = \int_0^t f(t-\tau) f(\tau) d\tau$$

$f * f$  のラプラス変換は  $\{F(s)\}^2$  となることを導け.

(3) 以下の関数の逆ラプラス変換を求めよ.

a)  $\frac{1}{s^2 + 4s + 13}$

b)  $\frac{1}{(s^2 + 4s + 13)^2}$  (ヒント: 問(2)の結果を用いよ.)