

令和5年度 春季募集

東北大学大学院工学研究科  
量子エネルギー工学専攻入学試験

試験問題冊子

数学B MATHEMATICS B

令和6年2月28日(水) 13:00 ~ 14:30

注意

1. 本試験問題冊子は、試験監督の指示があるまで開かないこと。
2. 試験問題冊子、答案用紙および草案用紙が配布されるので、答案用紙および草案用紙に受験記号番号を記入すること。
3. 全ての問題を回答すること。また、答案用紙には選択した問題番号を明記すること。
4. 試験終了後、提出にあたっては受験記号番号の記入を再確認すること。答案用紙を番号順に草案用紙の上に重ねて問題冊子の横に置き、試験監督の回収を待つこと。試験監督の指示があるまでは退席しないこと。

数学 B MATHEMATICS B
--------------------

1. 次の常微分方程式の一般解を求めよ.

$$(1) \quad \frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} - 2y = x + \sin 2x$$

$$(2) \quad \frac{dy}{dx} - 2y = e^x$$

$$(3) \quad \frac{dy}{dx} = \frac{2y^3 - x^3}{xy^2} \quad (\text{ヒント: } u = \frac{y}{x} \text{ とおく})$$

2.  $u(x, t)$  が, 偏微分方程式

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \lambda u \quad (0 < x < 1, t > 0)$$

および境界条件

$$u(x, 0) = \sin \pi x$$

$$u(0, t) = u(1, t) = 0$$

を満足するものとする. ただし,  $\alpha, \lambda$  は正の定数である. 以下の問いに答えよ.

- (1)  $w(x, t) = u(x, t)e^{\lambda t}$  とおき,  $w(x, t)$  が満足する偏微分方程式および境界条件を求めよ.
- (2) 問(1)で与えられる偏微分方程式を解き,  $w(x, t)$  を求めよ.
- (3) 問(1)および問(2)の結果を使って,  $u(x, t)$  を求めよ.