

## 令和5年度 秋季募集

東北大学大学院工学研究科  
量子エネルギー工学専攻入学試験試験問題冊子  
【専門科目】

流体力学	FLUID DYNAMICS	p. 1
電磁気学	ELECTROMAGNETICS	p. 2
量子力学	QUANTUM MECHANICS	p. 3
材料力学	STRENGTH OF MATERIALS	p. 4
機械材料学	MECHANICAL MATERIALS	p. 5
化学基礎	CHEMISTRY BASICS	p. 6
放射化学	RADIOCHEMISTRY	p. 7
放射線工学	RADIATION ENGINEERING	p. 8
原子炉物理学	REACTOR PHYSICS	p. 9

令和5年8月30日(水) 10:00 ~ 11:30

## 注意

1. 本試験問題冊子は、試験監督の指示があるまで開かないこと。
2. 試験問題冊子、答案用紙、草案用紙および選択票2枚が配付されるので、答案用紙、草案用紙および選択票に受験番号を記入すること。
3. 選択した科目を選択票および答案用紙に記入すること。1科目につき2枚の答案用紙を使用すること。
4. 試験終了後、提出にあたっては受験番号、問題番号などの記入を再確認すること。答案用紙を番号順に他の用紙の上に重ねて問題冊子の横に置き、試験監督の回収を待つこと。試験監督の指示があるまでは退席しないこと。

# 流体力学 FLUID DYNAMICS

時計回りの循環  $\Gamma$  を有する半径  $a$  の円柱が一樣流中におかれている。この円柱周りの流れを、非粘性・非圧縮性の2次元渦無し流れとして考える。原点は円柱の中心軸上にあり、流れの複素速度ポテンシャル  $W(z)$  が以下で与えられるものとする。

$$W(z) = U \left( z + \frac{a^2}{z} \right) + \frac{i\Gamma}{2\pi} \log_e \left( \frac{z}{a} \right)$$

ここで、 $z$  は複素変数で  $z = re^{i\theta}$  の極形式で表され、 $r$ 、 $\theta$  および  $i$  はそれぞれ半径方向、周方向の極座標および虚数単位、 $U$  は正の実数である。円柱の無限遠方での圧力  $p_\infty$  および流体の密度  $\rho$  は一定とする。 $\Gamma = 4\pi Ua$  のとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 速度ポテンシャル  $\phi(r, \theta)$  と流れ関数  $\psi(r, \theta)$  を求めよ。
- (2) 流れの半径方向速度成分  $V_r$  と周方向速度成分  $V_\theta$  を求めよ。
- (3) よどみ点の座標を極座標表示で求めよ。ただし、 $-\pi \leq \theta < \pi$  とする。また、そこでの圧力を求めよ。
- (4) 円柱上の圧力分布  $p(a, \theta)$  を求めよ。
- (5) 圧力により円柱に働く力を求めよ。ただし、必要であれば以下の公式を用いてよい。

$$\int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin^2 \theta \, d\theta = \left[ -\frac{1}{4} \sin 2\theta + \frac{\theta}{2} \right]_{\theta_1}^{\theta_2}$$

$$\int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin^3 \theta \, d\theta = \left[ \frac{1}{3} \cos^3 \theta - \cos \theta \right]_{\theta_1}^{\theta_2}$$

# 電磁気学 ELECTROMAGNETICS

図1に示すように、一様な磁束密度  $B$  と直交する平面内に、電気抵抗が無視できる2本の平行な直線状の導線が距離  $a$  を隔てて置かれている。また、この2本の導線は、電気抵抗  $R$  の抵抗器およびスイッチ  $S$  を介して接続されている。スイッチ  $S$  が開いた状態で、それらの導線上を質量  $m$ 、電気抵抗  $r$  の導電体が速さ  $v_0$  で  $x$  軸の正の方向に慣性運動しており、導電体が  $x = 0$  に到達したときにスイッチ  $S$  を閉じたところ、ある距離を移動したのち停止した。導電体と導線との間の摩擦力、接触抵抗、誘導電流が作る磁場およびスイッチ  $S$  を閉じたときにできる閉回路のインダクタンスと静電容量は無視できるものとする。以下の問いに答えよ。

- (1) スイッチ  $S$  を閉じた直後に導電体に流れる電流を求めよ。また、その電流の向きについて説明せよ。
- (2) 導電体に働くローレンツ力および導電体の運動方程式を、スイッチ  $S$  を閉じてから時間  $t$  が経過したときの導電体の速さ  $v(t)$  を使って表せ。
- (3) 問(2)の運動方程式を解き、導電体が停止する  $x$  軸方向の位置を求めよ。
- (4) スイッチ  $S$  を閉じてから導電体が停止するまでの間に、抵抗器に供給される電力を求めよ。

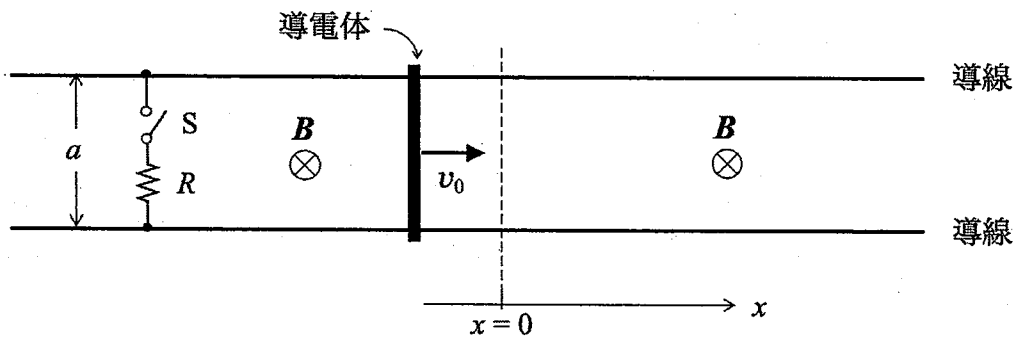


図1

# 量子力学 QUANTUM MECHANICS

一次元空間において、以下の式で定義されるポテンシャル  $V(x)$  に、 $x = -\infty$  から入射する質量  $m$ 、エネルギー  $E$  の粒子を考える。

$$V(x) = \begin{cases} 0 & (x < 0) \\ V_0 & (0 \leq x) \end{cases}$$

ここで、 $V_0$  は定数で、 $E > V_0 > 0$  である。 $x < 0$  および  $0 \leq x$  における粒子の波動関数を、それぞれ  $\varphi_1(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$  および  $\varphi_2(x) = Ce^{i\alpha x}$  とする。ここで、 $k > 0$ 、 $\alpha > 0$  であり、 $A$ 、 $B$  および  $C$  は定数である。また、プランク定数は  $h$  であり、 $\hbar = h/(2\pi)$  とする。以下の問いに答えよ。ただし、運動学における相対論的効果は無視できるものとする。

- (1)  $x < 0$  および  $0 \leq x$  における時間に依存しないシュレーディンガー方程式を書け。
- (2)  $k$  および  $\alpha$  を求めよ。
- (3)  $x = 0$  における境界条件をもとに、 $A$ 、 $B$  および  $C$  の間の関係を示せ。
- (4)  $|B/A|^2$  および  $|C/A|^2$  を  $k$  および  $\alpha$  を用いて表せ。
- (5)  $|B/A|^2 + (\alpha/k)|C/A|^2$  を計算するとともに、その結果の物理的意味を説明せよ。

# 材料力学 STRENGTH OF MATERIALS

図1のように、内径  $D$ 、側胴部の肉厚  $t$  の薄肉円筒容器を考える。ここに内圧  $P$  のガスが封入されている。次の問いに答えよ。ただし、最大せん断応力が材料固有の限界値に達したときに降伏するものと考えよ。

- (1) 円筒容器の側胴部における軸方向および周方向の応力を求めよ。
- (2) 円筒容器側胴部の応力状態をモールの応力円として示せ。
- (3) 図2のように、この円筒容器の両端に外力  $F$  を圧縮方向に作用させていくと、 $F$  が  $F_C$  に達したときに側胴部が降伏した。円筒容器と同じ材質の丸棒を単軸引張試験によって評価したところ、引張応力が  $\sigma_Y$  に達したところで降伏した。 $\sigma_Y$  を  $P$ 、 $t$ 、 $D$  および  $F_C$  を用いて表せ。ただし、圧縮による内圧および周方向応力の変化は無視できるものとし、座屈および応力集中は考慮しなくてよい。
- (4) 円筒容器と同じ材質で作られた直径  $d_0$  の中実丸棒にねじりモーメントを加えた。この丸棒がねじりによって降伏するためには、いくら以上のねじりモーメントが必要となるかを  $P$ 、 $t$ 、 $D$ 、 $d_0$  および問(3)の  $F_C$  を用いて答えよ。

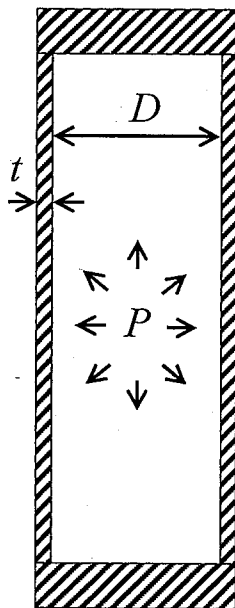


図1

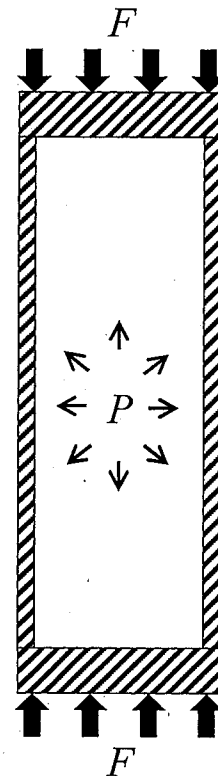


図2

# 機械材料学 MECHANICAL MATERIALS

以下の問いに答えよ。

(1) 図1に示す単位格子の各面のミラー指数をそれぞれ示せ。

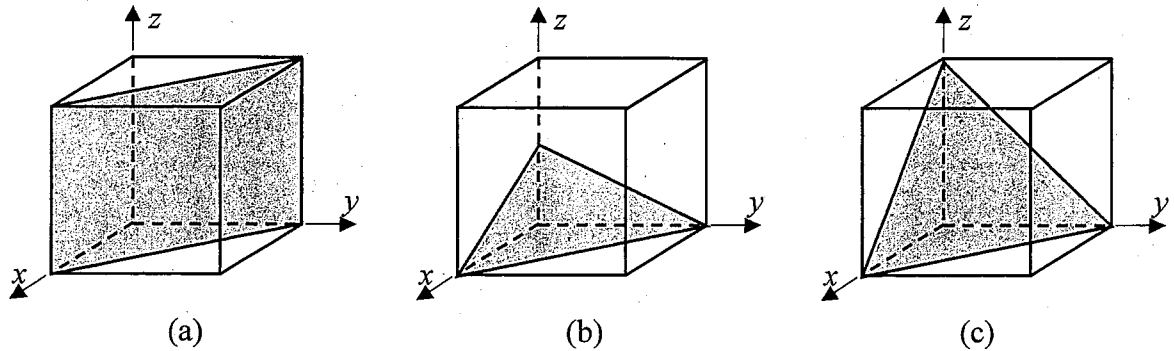


図1

(2) 金属材料の延性破壊と脆性破壊をそれぞれ説明せよ。

(3) 図2の Fe-Fe<sub>3</sub>C 系状態図を参照し、以下の条件で形成するそれぞれの組織の模式図を描け。

また、それらの模式図を用いて各々の組織の特徴を説明せよ。

- a) Fe-2.0mass%C 合金を 750°C で十分長く保持したままの状態。
- b) Fe-0.5mass%C 合金を 1000°C から水冷した後の状態。
- c) Fe-0.1mass%C 合金を 750°C で十分長く保持したままの状態。

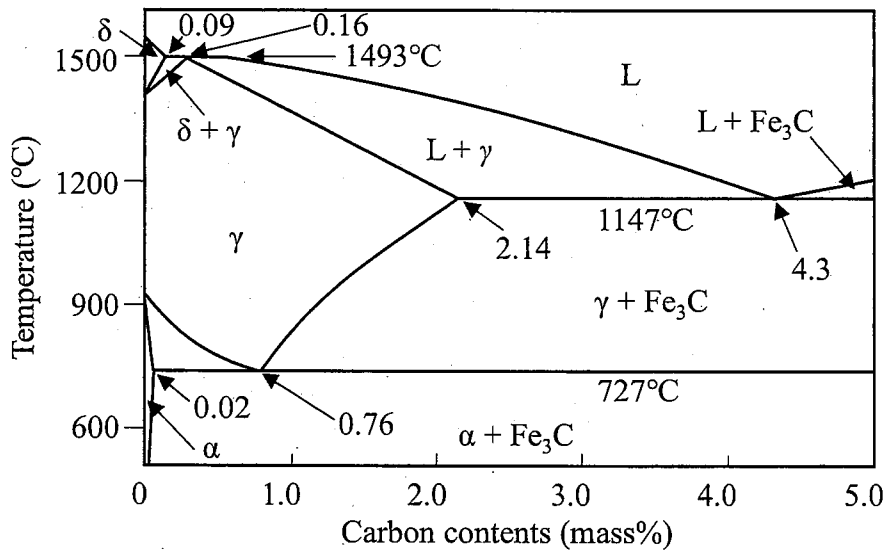


図2

(4) 500°C に加熱した純鉄製の板材に表面から水素を導入したところ、板材内における水素の濃度分布は定常状態に至った。ここで、500°C での純鉄中の水素の拡散係数は  $2.0 \times 10^{-8} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$  であり、板材表面の水素濃度は  $0.11 \text{ kg m}^{-3}$ 、板材裏面の水素濃度は  $0.01 \text{ kg m}^{-3}$  と一定に保たれている。板材の厚さは  $0.01 \text{ m}$  である。500°C での定常状態における板材内の水素の流束を求めよ。

# 化学基礎 CHEMISTRY BASICS

オゾン ( $O_3$ ) は一酸化窒素 (NO) と反応して二酸化窒素 ( $NO_2$ ) を生成する。25.0°C でこの反応の実験を 5 種類の条件で行ったところ、以下のデータが得られた。この実験と、NO および  $O_3$  に関する次の問いに答えよ。

	[NO] ( $\text{mol L}^{-1}$ )	[ $O_3$ ] ( $\text{mol L}^{-1}$ )	$d[NO_2]/dt$ ( $\text{mol L}^{-1} \text{s}^{-1}$ )
1	$1.00 \times 10^{-6}$	$3.00 \times 10^{-6}$	$6.60 \times 10^{-5}$
2	$1.00 \times 10^{-6}$	$6.00 \times 10^{-6}$	$1.32 \times 10^{-4}$
3	$1.00 \times 10^{-6}$	$9.00 \times 10^{-6}$	$1.98 \times 10^{-4}$
4	$2.00 \times 10^{-6}$	$9.00 \times 10^{-6}$	$3.96 \times 10^{-4}$
5	$3.00 \times 10^{-6}$	$9.00 \times 10^{-6}$	$5.94 \times 10^{-4}$

- (1) この実験の主な化学反応式を書け。
- (2)  $d[NO_2]/dt$  を, [NO], [ $O_3$ ], および反応速度定数  $k$  の関数として示せ。
- (3) 問 (2) の反応速度定数  $k$  の値とその単位を示せ。
- (4) この反応の活性化エネルギーを  $2.50 \text{ kJ mol}^{-1}$  と仮定する。問 (2) で求めた値を用いて、アレニウスの式の頻度因子を求めよ。ここで、気体定数  $R = 8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$  およびネイピア数  $e = 2.72$  を用いてもよい。
- (5)  $O_3$  濃度の測定には、 $O_3$  が紫外線を吸収する性質を利用できる。サンプルガスの光路の長さを  $l$ ,  $O_3$  濃度を  $c$  としたときの吸光度  $A$  を  $l$  および  $c$  を用いて示せ。必要な物性値を表す記号を新たに定義し使用することができる。また、透過率  $T$  と吸光度  $A$  との関係式を示せ。
- (6) NO の電子式 (ルイス構造式) および構造式を示せ。
- (7)  $O_3$  が水に対して酸化剤となるとき半反応式を書け。

# 放射化学 RADIOCHEMISTRY

次の問いに答えよ。なお、 $\log_e 2 = 0.70$ 、アボガドロ定数  $= 6.0 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$  として計算せよ。有効数字は2桁とする。

- (1) 放射性核種  ${}^A_Z E$  は半減期  $t$  [s] で  $\alpha$  壊変し、半減期  $0.1 \times t$  [s] の放射性核種  $E'$  となる。今、 $m$  [g] の核種  $E$  が娘核種  $E'$  と放射平衡状態で存在している。
- 核種  $E$  の放射エネルギー[Bq]を示せ。
  - 核種  $E'$  の原子番号、質量数、および放射エネルギー[Bq]を示せ。
- (2) 溶液 A に含まれているイオン  $X^+$  を定量した。はじめに、溶液 A に放射性トレーサー  ${}^m X^+$  (半減期：2.0 時間、比放射能：500 Bq/g) を 0.10 g 添加し完全に混合した。混合から 6.0 時間後に溶液からイオン  $X^+$  の一部を抽出し、比放射能を測定したところ 2.5 Bq/g であった。溶液 A にもともと含まれていたイオン  $X^+$  の量[g]を求めよ。
- (3) ゲルマニウム半導体検出器を用いて、試料中の  ${}^{92}\text{Tc}$  の放出する 0.733 MeV (放出割合 100%) および 1.510 MeV (放出割合 100%) のガンマ線を測定する。この検出器での 0.733 MeV のガンマ線に対するピーク計数効率 は 12 %、1.510 MeV のガンマ線に対するピーク計数効率は 8.0 % である。試料中の  ${}^{92}\text{Tc}$  の計数効率[%]を求めよ。
- (4) 海水中に含まれる  ${}^{90}\text{Sr}$  を放射線測定で定量する。 ${}^{90}\text{Sr}$  の半減期は 29 年、その娘核種の半減期は 64 時間である。
- この測定に使用できる放射線検出器を一つ示せ。
  - 問 a) で答えた検出器を使った  ${}^{90}\text{Sr}$  の定量に必要な前処理方法を述べよ。さらに、試料採取後から前処理完了までに要する最低限の時間を答えよ。



# 放射線工学 RADIATION ENGINEERING

以下の問いに答えよ。

- (1) W 値が 3.0 eV, ファノ因子が 0.080 の検出器について, 60 keV のガンマ線に対する理論上のエネルギー分解能を求めよ。ただし, ガウス分布の半値幅は標準偏差の 2.4 倍とする。
- (2) 図 1 は光子エネルギーとゲルマニウムの質量減弱係数の関係を表している。
  - a) 光子エネルギー  $E_1$  付近において質量減弱係数の急激な変化がみられる。この理由を説明せよ。
  - b) ゲルマニウム検出器を用いてエネルギーが  $E_2$  の光子に対するエネルギースペクトルを取得した。その結果, スペクトル上には全吸収ピーク以外に 2 本のピークが確認された。この 2 本のピークが現れた理由を説明せよ。ただし, 光子の入射によって検出器内で生じる電子線と X 線は全て内部で吸収されるものとする。
- (3) エネルギー 5.0 MeV の  $\alpha$  線が肝臓に均一に吸収される被ばくがあった場合を想定する。この被ばくにおける  $\alpha$  線の数  $1.0 \times 10^{10}$  個のときの実効線量 [mSv] を求めよ。ただし, 肝臓の質量を 1.0 kg, 肝臓の組織加重係数を 0.04,  $\alpha$  線の放射線加重係数を 20, 1 eV は  $1.6 \times 10^{-19}$  J とし, 他の放射線による被ばく, 他の組織・臓器への被ばくは考えないものとする。
- (4) 体重 70 kg で 0.32 g の Rb を含む人に含まれる  $^{87}\text{Rb}$  の放射能 [Bq] を求めよ。ここで, Rb の原子量を 86,  $^{87}\text{Rb}$  の同位体存在度を 28 %, 半減期を  $5.0 \times 10^{10}$  年,  $\log_2$  は 0.69 とする。

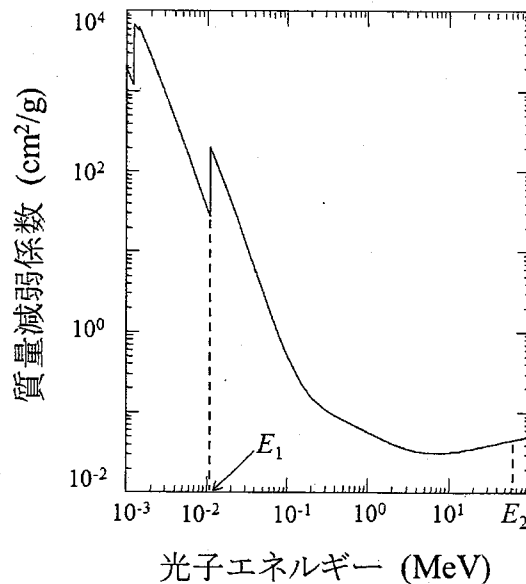


図 1

以下の問いに答えよ。

- (1) 以下の原子炉物理に関する①～⑤の用語から3つを選択し、それぞれ簡潔に説明せよ。なお、4つ以上回答した場合はすべて無効とする。

- ① 遅発中性子
- ② 1ドル
- ③ 拡散近似
- ④ マクロ吸収断面積
- ⑤ ボイド係数

- (2) 世界初の人工原子炉であるシカゴ・パイル1号は黒鉛減速材と天然ウラン燃料で構成されていた。他方、現在の日本国内の商用炉では減速材として軽水が用いられている。以下の問いに簡潔に答えよ。

- a) シカゴ・パイルが濃縮ウランではなく天然ウランで臨界を達成できたのは黒鉛のどのような特性によるものか説明せよ。
- b) 黒鉛ではなく軽水を減速材として用いることのメリットを2つ挙げよ。

- (3)  $x$ 方向の厚さが $a$ であり、 $y, z$ 方向には無限に長い裸の平板原子炉を考える。原子炉方程式が

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} + B^2\phi = 0$$

と与えられるとき、この原子炉の臨界条件と出力ピーキング係数を求めよ。ただし $\phi$ は中性子束、 $B$ は定数であり、中性子外挿距離は無視できるものとする。また、原子炉の境界は $x = \pm a/2$ であるとする。