

令和5年度 秋季募集

東北大学大学院工学研究科
量子エネルギー工学専攻入学試験

試験問題冊子

数学B MATHEMATICS B

令和5年8月29日(火)

13:00 ~ 14:30

注意

1. 本試験問題冊子は、試験監督の指示があるまで開かないこと。
2. 試験問題冊子、答案用紙および草案用紙が配布されるので、答案用紙および草案用紙に受験番号を記入すること。
3. 全ての問題を回答すること。また、答案用紙には選択した問題番号を明記すること。
4. 試験終了後、提出にあたっては受験番号の記入を再確認すること。答案用紙を番号順に草案用紙の上に重ねて問題冊子の横に置き、試験監督の回収を待つこと。試験監督の指示があるまでは退席しないこと。

数学 B MATHEMATICS B

1. 次の常微分方程式の一般解を求めよ.

$$(1) \quad (3x - y + 4) \frac{dy}{dx} - 2x + 3y + 1 = 0$$

$$(2) \quad x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + y = x^2 \quad (x > 0)$$

$$(3) \quad e^y \frac{dy}{dx} + e^y = \sin x$$

数 学 B MATHEMATICS B

2. 関数 $f(t)$ のラプラス変換を次のように定義する.

$$\mathcal{L}[f(t)] = F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$$

以下の問いに答えよ. ただし, a は定数, n は0または正の整数であり, いずれにおいても収束条件は満たされているものとする.

- (1) $\mathcal{L}[e^{at}f(t)] = F(s-a)$ となることを示せ.
- (2) $f(t) = t^n$ のラプラス変換を求めよ.
- (3) $f(t) = e^{at}t^n$ のラプラス変換を求めよ.
- (4) 以下の関数 $F(s)$ をラプラス逆変換せよ.

$$F(s) = \frac{s}{(s-1)^3}$$