

春季募集（令和7（2025）年度実施）

東北大学大学院工学研究科
量子エネルギー工学専攻入学試験

試験問題冊子

数学B MATHEMATICS B

2026年3月3日(火)

13:00 ~ 14:30

注 意

1. 本試験問題冊子は、試験監督の指示があるまで開かないこと。
2. 試験問題冊子、答案用紙および草案用紙が配布されるので、答案用紙および草案用紙に受験記号番号を記入すること。
3. 全ての問題を回答すること。また、答案用紙には選択した問題番号を明記すること。
4. 試験終了後、提出にあたっては受験記号番号の記入を再確認すること。答案用紙を番号順に草案用紙の上に重ねて問題冊子の横に置き、試験監督の回収を待つこと。試験監督の指示があるまでは退席しないこと。

1. 以下の常微分方程式の一般解を求めよ.

$$(1) \left(2y - \frac{1}{x} \cos y\right) dx + (x + \sin y) dy = 0$$

$$(2) \frac{dy}{dx} = \sin(x + y)$$

$$(3) \frac{dy}{dx} = \frac{x - y + 2}{x - 2y + 5}$$

数学 B MATHEMATICS B

2. 関数 $y(t)$ のラプラス変換を次のように定義する.

$$\mathcal{L}\{y(t)\} = Y(s) = \int_0^{\infty} y(t) e^{-st} dt$$

以下の問いに答えよ. ただし, いずれにおいても, ラプラス変換の収束条件は満たされているものとする.

(1) 以下の式を示せ. ただし n は自然数である.

$$\mathcal{L}\{t^n y(t)\} = (-1)^n \frac{d^n}{ds^n} Y(s)$$

(2) 以下の関数のラプラス変換を求めよ.

a) $\sin at$

b) $t \sin at$

(3) 以下の関数の逆ラプラス変換を求めよ. ただし $a \neq 0$ とする.

a) $\frac{s}{(s^2 + a^2)^2}$

b) $\frac{s^3}{(s^2 + a^2)^2}$

(4) 以下の微分方程式を, 与えられた初期条件の下で解け.

$$y''(t) + y(t) = \cos t, \quad y(0) = y'(0) = 1$$