

春季募集（令和7（2025）年度実施）

東北大学大学院工学研究科
量子エネルギー工学専攻入学試験

試験問題冊子

数学A MATHEMATICS A

2026年3月3日(火)

10:00 ~ 11:30

注 意

1. 本試験問題冊子は、試験監督の指示があるまで開かないこと。
2. 試験問題冊子、答案用紙および草案用紙が配布されるので、答案用紙および草案用紙に受験記号番号を記入すること。
3. 全ての問題を解答すること。また、答案用紙には選択した問題番号を明記すること。
4. 試験終了後、提出にあたっては受験記号番号の記入を再確認すること。答案用紙を番号順に草案用紙の上に重ねて問題冊子の横に置き、試験監督の回収を待つこと。試験監督の指示があるまでは退席しないこと。

数学 A MATHEMATICS A

1. a を正の定数とするとき, xy 平面において

$$(x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2)$$

で表される曲線 C を考える. 以下の問いに答えよ.

- (1) $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$ とおくことで, 曲線 C の極方程式 $r = f(\theta)$ を求めよ.
- (2) 曲線 C を図示するとともに, 曲線 C で囲まれる面積 S を求めよ.
- (3) 曲線 C と円 $x^2 + y^2 = \frac{a^2}{2}$ の交点の座標を全て求めよ.

数 学 A MATHEMATICS A

2. 三次元デカルト座標系 (x, y, z) において、領域 D および平面 S が以下のように与えられる場合に、

$$D = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$$

$$S = \{(x, y, z) \mid x + y = 1\}$$

領域 D 内にある平面 S の部分を S_D とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 平面 S の原点からの距離 d を求めよ。
- (2) S_D の形状と面積を求めよ。
- (3) ベクトル A が x, y, z 方向の基本ベクトル i, j, k を用いて以下のように与えられるとする。

$$A = zi + xj + (-x + y)k$$

$\nabla \times A$ を計算せよ。

- (4) 問(3)で定義したベクトル A に関して $\int_C A \cdot dr$ を求めよ。ただし、 C は S_D の周回である。

数学 A MATHEMATICS A

3. $f(x, y)$ が次式で与えられている.

$$f(x, y) = x^2 + 2(1 - a)xy + 2y^2$$

ただし a は実数とする. 以下の問いに答えよ.

- (1) 2×2 の行列 A を用いて $f(x, y)$ を以下のように変形できるとき, 行列 A を求めよ. ただし行列 A の非対角要素の値は等しいものとする.

$$f(x, y) = \begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

- (2) 問(1)で求めた行列 A の固有値の数を求めよ.
- (3) 問(1)で求めた行列 A が対角行列となるときの a の値を求めよ. また, そのときの行列 A を求めよ.
- (4) 問(3)で求めた行列 A が 2×2 の対角行列 D と 2×2 の行列 P を用いて $A = P^{-1}DP$ と表されるとき, 行列 D の 2 つの固有値を求めよ.